

Licht und Materie Übung II.4

Übungstermine: Gruppe 1 Di 03.07.18 (Raum 2.346), Gruppe 2 Do 05.07.18 (Raum 2.558), Gruppe 3 Fr 06.07.18 (Raum 2.558)

Hinweise: Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem B) und einer anspruchsvolleren M -Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus B - und M -Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller M -Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

Aufgabe 1 (B, 25 P)

Im erweiterten Drude-Modell werden die Größen m^* und τ als frequenz- und temperaturabhängig angenommen. Um wieder Gleichungen in der ursprünglichen Form des Drude-Modells zu erhalten, werden die neuen Größen m^* und τ renormiert und sind gegeben durch:

$$m^*(\omega, T) = m_e [1 + \lambda(\omega, T)] \text{ und } \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{\tau(\omega, T)[1 + \lambda(\omega, T)]}.$$

- (10 P) Was beschreibt der Faktor λ ? Zeigen Sie, dass $[1 + \lambda(\omega, T)]$ und die nicht-renormierte Streureate $1/\tau(\omega, T)$ über die Kramers-Kronig-Relation verknüpft sind. *Hinweis: Führen Sie diese Größen auf eine Kramers-Kronig konsistente Größe zurück.*
- (10 P) In Abb. 1 ist der Realteil der Leitfähigkeit σ_1 für CeAl_3 bei zwei verschiedenen Temperaturen zu sehen. Unterhalb einer Temperatur $T_{coh.} \approx 3\text{K}$ setzen bei diesem Material Elektron-Elektron Korrelationen ein. Versuchen Sie aus der in Abb. 2 gezeigten Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit und der Summenregel das Verhältnis m^*/m_b zu bestimmen (m_b ist die nicht-renormierte Bandmasse der Elektronen). Vergleichen Sie die Drude-artige Leitfähigkeit bei 1,2 K (bis 5 cm^{-1}) mit der bei 10 K (gesamter Spektraler Bereich). Warum wird dieses Material als ein „schweres Fermion“- Material bezeichnet?
- (5 P) Im Inset von Abb. 2 ist die renormierte Streureate γ^* in Abhängigkeit der Frequenz zu sehen. Verhalten sich die Elektronen wie eine „Fermi-Flüssigkeit“?

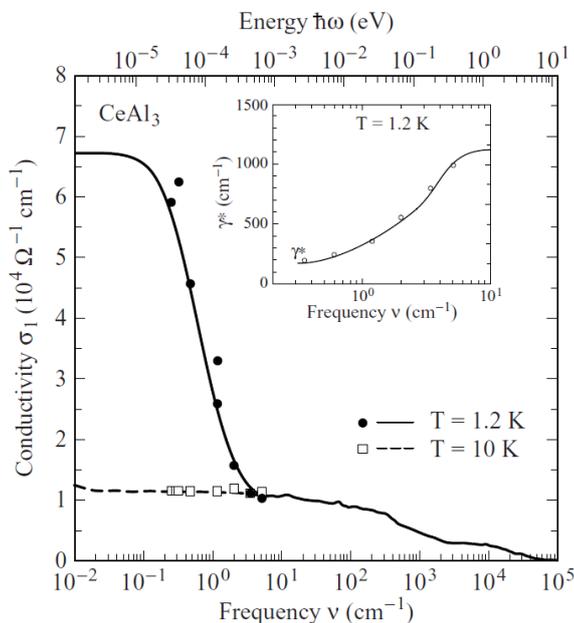


Abbildung 1 Realteil der Leitfähigkeit und renormierte Streureate von CeAl_3 in Abhängigkeit der Frequenz.

Aufgabe 2 (B, 20 P)

Bereits kurz nach Entdeckung des Meissner-Ochsenfeld-Effekts stellten die Brüder F. und H. London die phänomenologischen London-Gleichungen der Form

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}$$

$$\nabla^2 \vec{j} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \vec{j}$$

auf, mit \vec{B} und \vec{j} dem magnetischen Feld und einer im Supraleiter vorliegenden Stromdichte, sowie λ_L einer charakteristischen Länge, der „Londonschen Eindringtiefe“.

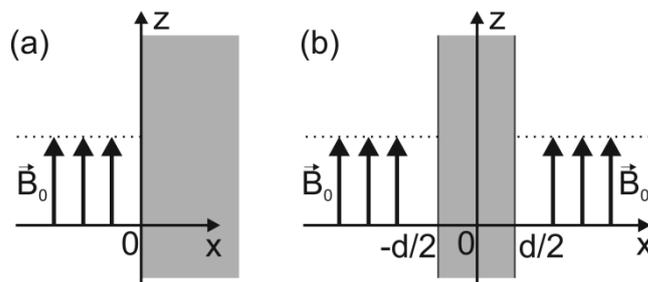


Abbildung 2 (a) Halbindefinit ausgehende supraleitende Platte im Magnetfeld. (b) Dünne supraleitende Platte im Magnetfeld.

- a) (10 P) Berechnen Sie die magnetische Flußdichte $\vec{B}(x)$ im Supraleiter für das in Abb. 2a dargestellte Problem einer unendlich ausgedehnten supraleitenden Platte und stellen Sie diese dar. Finden Sie die Werte für λ_L der Supraleiter Pb, Nb und Al und vergleichen Sie deren Größenordnung mit Wellenlängen im elektromagnetischen Spektrum. Welche Suszeptibilität χ kann einem Supraleiter als Ganzes zugeordnet werden?
- b) (5 P) Eine dünne supraleitende Platte der Dicke d befindet sich in einem homogenen Magnetfeld, wie in Abb. 2b dargestellt. Berechnen Sie $\vec{B}(x)$ im Inneren der Platte und stellen Sie diese erneut dar. Welchen Wert hat $\vec{B}(x)$ bei $x = 0$?
- c) (5 P) Was bildet sich laut zweiter Londonschen Gleichung im Supraleiter an der Oberfläche aus, wenn dieser sich im Magnetfeld befindet? Zeichnen Sie qualitativ $\vec{j}(x)$ in Ihre Darstellungen aus a) und b) ein.

Aufgabe 3 (M, 30 P)

In Abb. 3 sehen Sie den Absolutwert T und die (normierte) Phase ϕ / ν der komplexen Transmission $T e^{i\phi}$ durch einen 5 nm dicken TaN-Film auf einem Saphirsubstrat im normal- und supraleitenden Zustand.

- a) (5 P) Finden Sie die kritische Temperatur T_c und Energielücke 2Δ in meV und GHz von Al, MgB_2 , Pb und Nb. Welches optische Experiment zur Untersuchung der Energielücke würden Sie jeweils vorschlagen? Berechnen Sie das Verhältnis von Energielücke und kritischer Temperatur, $2\Delta / k_B T_c$ und vergleichen Sie mit der Vorhersage nach der BCS-Theorie.
- b) (5 P) Der Absolutwert der Transmission durch einen (freistehenden, dünnen und metallischen) Film ist näherungsweise (im cgs-System)

$$T = \left(1 + \frac{2\pi\sigma_0 d}{c}\right)^{-2}$$

mit der Gleichstromleitfähigkeit σ_0 und der Filmdicke d . Formulieren Sie diese Gleichung in SI Einheiten und berechnen Sie die Transmission durch den hier betrachteten TaN Film mit $\sigma_0 = 4,6 \cdot 10^3 \Omega^{-1} cm^{-1}$ und $d = 5 nm$. Vergleichen Sie mit den Messdaten im normalleitenden Zustand. Warum stimmt der berechnete Wert nur für bestimmte Frequenzen? Ist die Gleichung auch für den supraleitenden Zustand anwendbar?

- c) (10 P) In der Vorlesung haben Sie die frequenzabhängige Leitfähigkeit $\hat{\sigma}$ eines Supraleiters kennengelernt. Wo erwarten Sie eine hohe Transmission, wo eine niedrige? Schätzen Sie damit die supraleitende Energielücke aus Abb. 3 ab. In welchem Bereich befindet sich die Streurate des TaN Films? Schätzen Sie außerdem ϵ_1 und ϵ_2 des Saphirsubstrats (Dicke $d = 330 \mu m$) ab.
- d) (10 P) Die Position der Peaks wird maßgeblich durch ϵ_1 des Substrats bestimmt. Zu niedrigen Frequenzen hin schieben die Peakfrequenzen immer weiter auseinander, vergleicht man normal- und supraleitenden Zustand. Was können Sie daraus für ϵ_1 des TaN Films folgern? Welche Abhängigkeit von der Frequenz würden Sie erwarten? (Hinweis: In der Vorlesung haben Sie gelernt wie σ_2 von der Frequenz abhängt.)

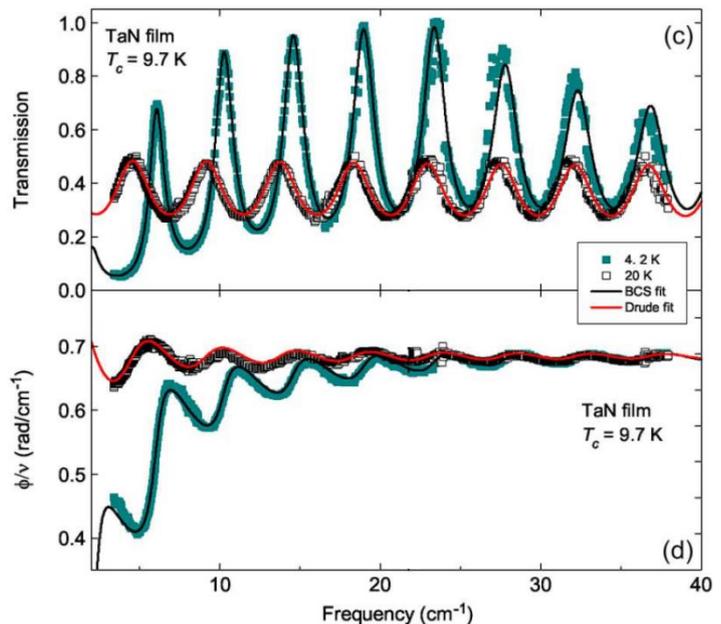


Abbildung 3 Absolutwert (c) und Phase (d) der komplexwertigen Transmission durch einen TaN-Film auf Saphirsubstrat im normal- und supraleitenden Zustand.

Zusatzfragen

- Warum glänzt Ag silbrig während Au golden und Cu rötlich glänzt?
- Wie kann man ein 2DEG technisch realisieren?
- Was ist eine Fermi-Flüssigkeit und wodurch unterscheidet sie sich vom Elektronengas?
- Warum macht es Sinn einen Supraleiter bei Übertragung von Wechselstrom ($\omega > 0$) nicht nur bei T_c oder knapp darunter zu betreiben, sondern ihn noch deutlich weiter abzukühlen?