

# Licht und Materie Übung II.4

Übungstermine: Gruppe 1 Di 25.06.19 (Raum 2.346), Gruppe 2 Do 27.06.19 (Raum 2.558)

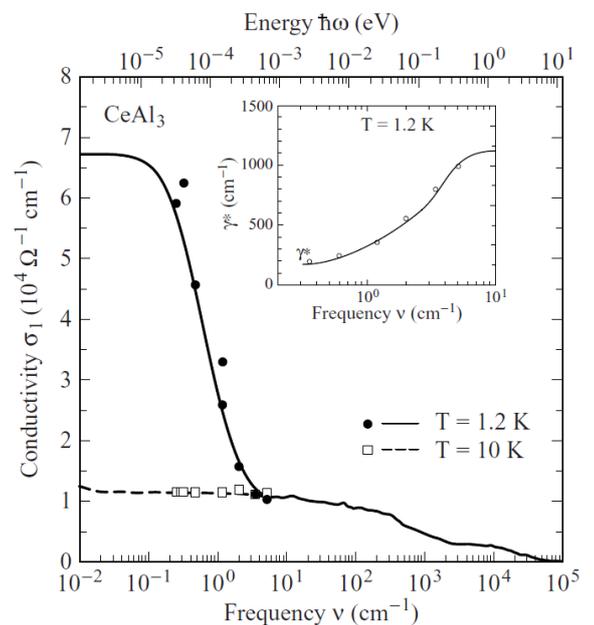
**Hinweise:** Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem  $B$ ) und einer anspruchsvolleren  $M$ -Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus  $B$ - und  $M$ -Aufgaben). M.Sc.-Studenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller  $M$ -Aufgaben. Es muss zweimal an der Tafel vorgerechnet werden.

## Aufgabe 1 (B, 25 P)

Im erweiterten Drude-Modell werden die Größen  $m^*$  und  $\tau$  als frequenz- und temperaturabhängig angenommen. Um wieder Gleichungen in der ursprünglichen Form des Drude-Modells zu erhalten, werden die neuen Größen  $m^*$  und  $\tau$  renormiert und sind gegeben durch:

$$m^*(\omega, T) = m_e [1 + \lambda(\omega, T)] \text{ und } \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{\tau(\omega, T) [1 + \lambda(\omega, T)]}.$$

- (10 P) Was beschreibt der Faktor  $\lambda$ ? Zeigen Sie, dass  $[1 + \lambda(\omega, T)]$  und die nicht-renormierte Streurrate  $1/\tau(\omega, T)$  über die Kramers-Kronig-Relation verknüpft sind. *Hinweis: Führen Sie diese Größen auf eine Kramers-Kronig konsistente Größe zurück.*
- (10 P) In Abb. 1 ist der Realteil der Leitfähigkeit  $\sigma_1$  für  $\text{CeAl}_3$  bei zwei verschiedenen Temperaturen zu sehen. Unterhalb einer Temperatur  $T_{coh.} \approx 3\text{K}$  setzen bei diesem Material Elektron-Elektron Korrelationen ein. Versuchen Sie aus der in Abb. 1 gezeigten Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit und der Summenregel das Verhältnis  $m^*/m_b$  zu bestimmen ( $m_b$  ist die nicht-renormierte Bandmasse der Elektronen). Vergleichen Sie die Drude-artige Leitfähigkeit bei 1,2 K (bis  $5\text{ cm}^{-1}$ ) mit der bei 10 K (gesamter Spektraler Bereich). Warum wird dieses Material als ein „schweres Fermion“- Material bezeichnet?
- (5 P) Im Inset von Abb. 1 ist die renormierte Streurrate  $\gamma^*$  in Abhängigkeit der Frequenz zu sehen. Verhalten sich die Elektronen wie eine „Fermi-Flüssigkeit“?



**Abbildung 1** Realteil der Leitfähigkeit und renormierte Streurrate von  $\text{CeAl}_3$  in Abhängigkeit der Frequenz.

## Aufgabe 2 (B, 20 P)

Eine mikroskopische Theorie zur Supraleitung wurde erst 1957 von Bardeen, Cooper und Schrieffer als die sogenannte BCS-Theorie gefunden. Vorher jedoch gab es zahlreiche phänomenologische Theorien zur Beschreibung von Supraleitern. Eine davon ist die sogenannte London-Theorie mit dem zentralen Inhalt der London-Gleichungen, welche das Verhalten von Supraleitern in externen Magnetfeldern wiedergeben.

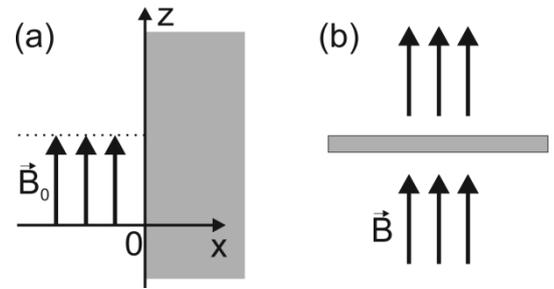
- (5 P) Leiten Sie die London-Gleichungen

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}$$

$$\nabla^2 \vec{j} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \vec{j},$$

her mit  $\vec{B}$  und  $\vec{j}$  dem magnetischen Feld und einer im Supraleiter vorliegenden Stromdichte, sowie  $\lambda_L$  einer charakteristischen Länge, der „Londonschen Eindringtiefe“. Gehen Sie hierfür vom Drude-Modell aus und betrachten Sie es für Ladungsträger, welche sich ohne Widerstand im Material bewegen können. Hinweis: Beziehen Sie Maxwell-Gleichungen ein.

- b) (10 P) Wenden Sie nun die London-Gleichungen an, um den Verlauf der magnetischen Flußdichte  $\vec{B}(x)$  im inneren eines unendlich ausgedehnten Supraleiters, wie in Abbildung 2a dargestellt, zu berechnen. Zeichnen Sie dies schematisch. Wie weit dringt das Magnetfeld ein (typische Größenordnung für Supraleiter 1. Art)?
- c) (5 P) Eine dünne supraleitende Scheibe befindet sich im Magnetfeld, wie in Abbildung 2b dargestellt. Zeichnen Sie schematisch das Magnetfeld ein. Was passiert am Rand der Scheibe? Was passiert wenn das Magnetfeld am Rand der Scheibe lokal größer wird als das kritische Magnetfeld? (Dies geschieht hier bereits wenn das externe Magnetfeld  $B$  sonst noch unterhalb des kritischen Werts liegt.)



**Abbildung 2** (a) Halbunendlich ausgedehnte supraleitende Platte im Magnetfeld. (b) Dünne supraleitende Scheibe im Magnetfeld.

### Aufgabe 3 (M, 30 P)

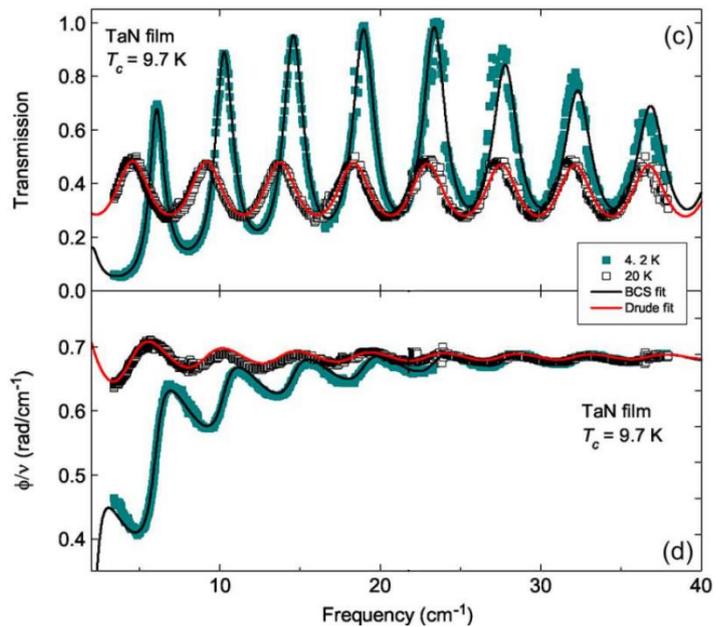
In Abb. 3 sehen Sie den Absolutwert  $T$  und die (normierte) Phase  $\phi / \nu$  der komplexen Transmission  $T e^{i\phi}$  durch einen 5 nm dicken TaN-Film auf einem Saphirsubstrat im normal- und supraleitenden Zustand.

- a) (5 P) Finden Sie die kritische Temperatur  $T_c$  und Energielücke  $2\Delta$  in meV und GHz von Al,  $MgB_2$ , Pb und Nb. Welches optische Experiment zur Untersuchung der Energielücke würden Sie jeweils vorschlagen? Berechnen Sie das Verhältnis von Energielücke und kritischer Temperatur,  $2\Delta / k_b T_c$  und vergleichen Sie mit der Vorhersage nach der BCS-Theorie.
- b) (5 P) Der Absolutwert der Transmission durch einen (freistehenden, dünnen und metallischen) Film ist näherungsweise (im cgs-System)

$$T = \left(1 + \frac{2\pi\sigma_0 d}{c}\right)^{-2}$$

mit der Gleichstromleitfähigkeit  $\sigma_0$  und der Filmdicke  $d$ . Formulieren Sie diese Gleichung in SI Einheiten und berechnen Sie die Transmission durch den hier betrachteten TaN Film mit  $\sigma_0 = 4,6 \cdot 10^3 \Omega^{-1} cm^{-1}$  und  $d = 5 nm$ . Vergleichen Sie mit den Messdaten im normalleitenden Zustand. Warum stimmt der berechnete Wert nur für bestimmte Frequenzen? Ist die Gleichung auch für den supraleitenden Zustand anwendbar?

- c) (10 P) In der Vorlesung haben Sie die frequenzabhängige Leitfähigkeit  $\hat{\sigma}$  eines Supraleiters kennengelernt. Wo erwarten Sie eine hohe Transmission, wo eine niedrige? Schätzen Sie damit die supraleitende Energielücke aus Abb. 3 ab. In welchem Bereich befindet sich die Streurate des TaN Films? Schätzen Sie außerdem  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  des Saphirsubstrats (Dicke  $d = 330 \mu m$ ) ab.
- d) (10 P) Die Position der Peaks wird maßgeblich durch  $\epsilon_1$  des Substrats bestimmt. Zu niedrigen Frequenzen hin schieben die Peakfrequenzen immer weiter auseinander, vergleicht man normal- und supraleitenden Zustand. Was können Sie daraus für  $\epsilon_1$  des TaN Films folgern? Welche Abhängigkeit von der Frequenz würden Sie erwarten? (Hinweis: In der Vorlesung haben Sie gelernt wie  $\sigma_2$  von der Frequenz abhängt.)



**Abbildung 3** Absolutwert (c) und Phase (d) der komplexwertigen Transmission durch einen TaN-Film auf Saphirsubstrat im normal- und supraleitenden Zustand.

### Zusatzfragen

- Wie lässt sich die Plasmakante zu größeren Frequenzen verschieben?
- Was ist ein Quasiteilchen gemäß der Landau Theorie der Fermi-Flüssigkeiten?
- Was ist ein Supraleiter?