

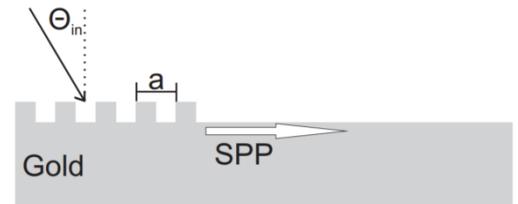
# Licht und Materie Übung II.5

Übungstermine: Gruppe 1 Di 16.07.19 (Raum 2.346), Gruppe 2 Do 18.07.19 (Raum 2.558)

**Hinweise:** Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem  $B$ ) und einer anspruchsvolleren  $M$ -Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus  $B$ - und  $M$ -Aufgaben). M.Sc.-Studenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller  $M$ -Aufgaben. Es muss zweimal an der Tafel vorgerechnet werden.

## Aufgabe 1 (B, 20 P) Oberflächenplasmon

Betrachten Sie eine dünne Goldschicht wie in Abb 1. Ein Gitter mit Gitterkonstante  $a$  wird dazu verwendet einkommendes Licht der Wellenlänge  $\lambda = 800 \text{ nm}$  in ein Oberflächen-Plasmon (SPP) an der Grenzschicht zwischen Gold und Luft zu koppeln. Die dielektrische Funktion von Gold ist hier  $\epsilon(800 \text{ nm}) = -23.96 + i1.52$ .

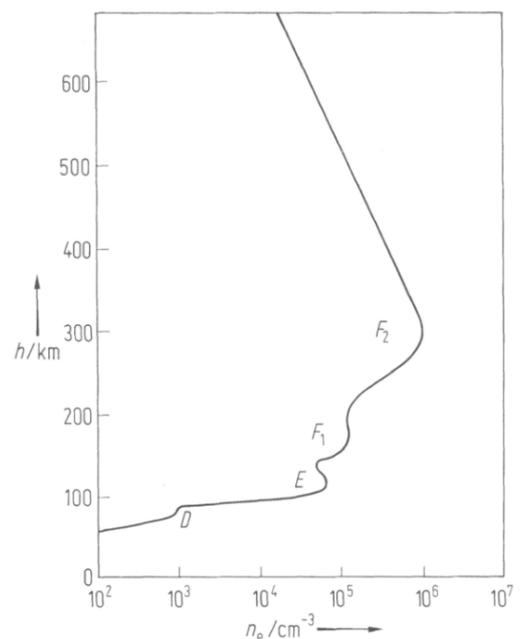


**Abbildung 1** Schematisch Darstellung der Goldschicht mit Gitter.

- (10 P) Weshalb ist es möglich Oberflächen-Plasmonen mithilfe eines Gitters an der Grenzschicht anzuregen? Berechnen Sie die Gitterkonstante  $a$  des Gitters, bei der eine erfolgreiche Einkopplung stattfindet. Nehmen Sie hierbei den einfachsten Fall an mit  $\theta_{in} = 0^\circ$ .
- (5 P) Wie sieht ein Oberflächen-Plasmon qualitativ aus wenn mit sehr großen Wellenlängen ( $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$ ) angeregt wird? Welche Wellenlänge hat das Oberflächen-Plasmon im Vergleich zum anregenden Licht?
- (5 P) Wie kann man Oberflächen-Plasmonen außerdem anregen? Erklären Sie die Prinzipien schematisch.

## Aufgabe 2 (B, 30 P) Plasmonen in der Ionosphäre

- (10 P) Abb. 2 zeigt die Ladungsträgerdichte der Ionosphäre für verschiedene Höhen. Bestimmen Sie die Plasmakante für die Kommunikation auf der Erdoberfläche, die Kommunikation zwischen Erde und Weltraum und für die Erforschung der Atmosphäre?
- (5 P) Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen dem Plasma in der Ionosphäre und dem Elektronengas eines Metalls. Worin unterscheiden sich die entsprechenden Plasmonen?
- (10 P) Diskutieren Sie eine EELS-Messung an Plasmonen der Ionosphäre unserer Erde. Geben Sie mindestens zwei technische/experimentelle Schwierigkeiten/Gründe, warum ein EELS Experiment keine Plasmonen in der Ionosphäre würde nachweisen können.
- (5 P) Stellen Sie sich vor, man würde ein Plasma mit den Eigenschaften der Ionosphäre im Labor erzeugen. Könnte man dann mittels EELS Plasmonen nachweisen? Begründen Sie Ihre Antwort.



**Abbildung 2** Ladungsträgerdichte der Ionosphäre für verschiedene Höhen über der Erdoberfläche, nach Bergmann und Schäfer.

### Aufgabe 3 (B, 15 P) Exziton

Indium-Phosphid (InP) ist ein direkter Halbleiter. Das Absorptionsspektrum von sehr reinem InP bei tiefen Temperaturen ( $T = 4 \text{ K}$ ) ist in Abbildung 3 als Funktion der Photonenenergie als durchgezogene Linie dargestellt, das Absorptionsspektrum bei Raumtemperatur als gestrichelte Linie.

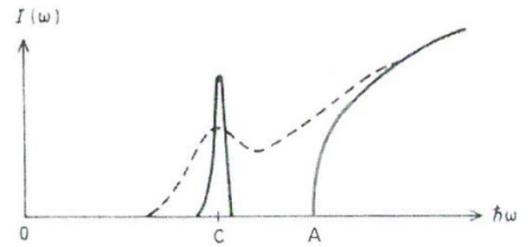


Abbildung 3 Absorptionsspektrum von InP.

- (5 P) Erläutern Sie den physikalischen Ursprung des Absorptionskontinuums oberhalb von Punkt A auf der Energieskala. Erläutern Sie außerdem den Ursprung der scharfen Resonanz bei C. Warum verbreitert sich bei Raumtemperatur die Resonanz bei C und kann nicht mehr eindeutig vom Kontinuum unterschieden werden?
- (10 P) Die Energien sind  $E_A = 1.40 \text{ eV}$  und  $E_C = 1.38 \text{ eV}$ . Die Permittivität von InP beträgt  $\epsilon_r = 9.6$ . Man findet aus Bandstrukturberechnungen, dass Löcher in InP eine viel größere effektive Masse als Elektronen besitzen ( $m_h^* > m_e^*$ ). Wie sehen daher die Bänder im Bandverlauf aus? Wie groß ist die Energielücke  $E_{\text{gap}}$  zwischen ihnen? Berechnen Sie  $m_e^*$ . Nehmen Sie für die Bindungsenergie der Elektron-Loch-Paare an, dass sie sich wie Energieniveaus im Wasserstoff-Atom berechnen lässt.

### Aufgabe 4 (M, 30 P) Phonon-Polariton

In Ionenkristallen erzeugen Gitterschwingungen auf Grund der Ladungsträgerverschiebung ein Dipolmoment, welches mit einem elektromagnetischen Feld wechselwirken kann. Manche Gitterschwingungen (sog. transversal optische Phononen) können an Photonen koppeln und erzeugen eine Quasiteilchen-Anregung, ein Phonon-Polariton, die man sich als Kombination einer propagierenden elektromagnetischen Welle und einer Gitterschwingung vorstellen kann. In dieser Aufgabe betrachten Sie einige fundamentale Eigenschaften dieser Quasiteilchen.

- (10 P) Anregungen im Ionenkristall lassen sich im Lorentzmodell durch die dielektrische Funktion

$$\hat{\epsilon}(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\omega_T^2 (\epsilon_{\text{st}} - \epsilon_\infty)}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

beschreiben, wobei  $\omega_T$  die Frequenz des hier betrachteten Phonons sein soll. Erklären Sie die hier auftretenden Größen  $\gamma$ ,  $\epsilon_\infty$  und  $\epsilon_{\text{st}}$ . Die Dispersionsrelation des Phonon-Polaritons ist nach den Maxwell-Gleichungen gegeben durch

$$\omega^2 = \frac{q^2 c^2}{\hat{\epsilon}(\omega)}.$$

Betrachten Sie zunächst den Fall  $\gamma = 0$ . Plotten Sie Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion. Welche Konsequenzen können Sie für die Ausbreitung der Phonon-Polaritonen ziehen? (Hinweis: Überlegen Sie sich, wie die Lösungen der Dispersionsrelation aussehen.)

- (15 P) Zeichnen Sie die Dispersionsrelation ( $\omega$  vs.  $qc$ ) und diskutieren Sie die verschiedenen asymptotischen Verläufe.
- (5 P) Argumentieren Sie qualitativ ohne Rechnung: wie verändert sich die Ausbreitung für den Fall  $\gamma > 0$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Zusatzfragen

- Wie verhält sich die Leitfähigkeit in einem Supraleiter und warum?
- Das Ersatzschaltbild der supraleitenden Elektronen ist eine Spule. Fließt durch eine Spule Strom, entsteht ein Magnetfeld, wie kann dieses innerhalb des Supraleiters existieren, wenn doch das Magnetfeld vom Supraleiter verdrängt wird?
- Was bewirkt die Energielücke der Einteilchenzustandsdichte?
- Was ist die Voraussetzung für ein Volumen-Plasmon?