

Licht und Materie Übung I.2

Übungstermine: Gruppe 1 Di 21.11.17 (Raum 2.120), Gruppe 2 Di 21.11.17 (Raum 2.561), Gruppe 3 Do 23.11.17 (Raum 3.123), Gruppe 2 Fr 24.11.17 (Raum 2.150)

Hinweise: Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem *B*) und einer anspruchsvolleren *M* Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus *B*- und *M*-Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller *M*-Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

Aufgabe 1 Elektromagnetische Strahlung in Wasser (B, 15 Punkte)

- (5P) Ein U-Boot befindet sich in Meerwasser auf Tauchkurs. Warum können keine konventionellen Kommunikationsmöglichkeiten (Radar, Mobilfunk) verwendet werden, um mit dem U-Boot zu kommunizieren? Berechnen Sie die maximale Eindringtiefe dieser Frequenzen (Signalstärke auf $1/e$ abgefallen). Wäre eine Kommunikation mittels Laser denkbar?
- (5P) U-Boote können mittels Radiowellen im VLF (Very Low Frequency) Bereich bei etwa 10kHz, bzw. im SLF (Super Low Frequency) Bereich bei etwa 100Hz kommunizieren. Berechnen Sie die maximale Tauchtiefe, bei der eine Kommunikation dieser Art noch möglich ist. Wie groß sind die dafür benötigten Antennen? Welche Einschränkungen ergeben sich dadurch? Was sind Nachteile dieser Kommunikationsform?
- (5P) Finden Sie im nebenstehenden Graph eine Funktion für die Gerade des Absorptionskoeffizienten von Meerwasser und schätzen Sie damit den Wert bei 1Hz ab. Vergleichen Sie die Eindringtiefe mit vorherigen Ergebnissen. Weshalb unterscheiden sich die Absorptionskoeffizienten von Meerwasser und normalem Wasser?

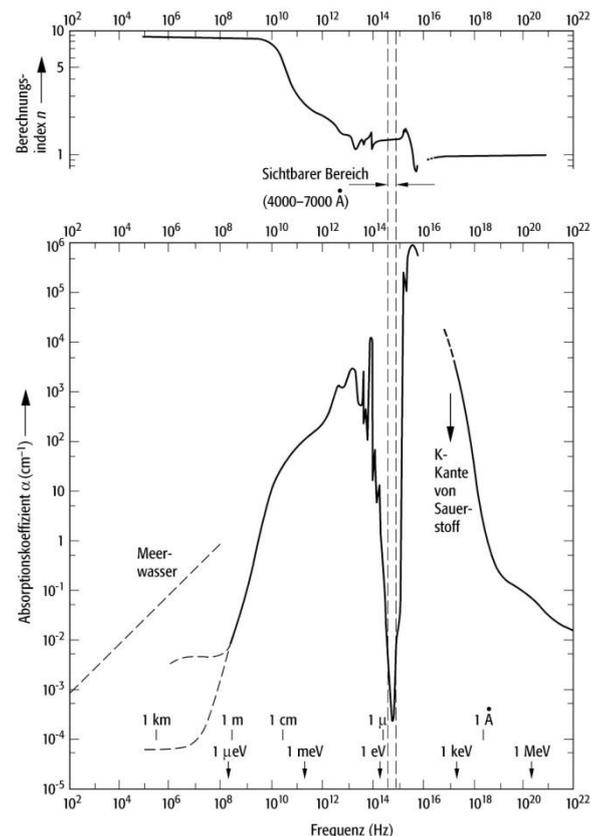


Abbildung 1 Absorptionskoeffizient und Brechungsindex von Wasser. Aus: Jackson, Classical Electrodynamics.

Aufgabe 2 Röntgenbeugung an Kristallen (B, 35 Punkte)

- (10P) Die ersten Röntgenbeugungsexperimente zeigten, dass Röntgenstrahlen elektromagnetische Wellen sind und Kristalle eine periodische Ordnung haben. Allerdings muss die Wellenlänge der Röntgenstrahlung bekannt sein, um Absolutwerte für die Gitterkonstanten des Kristalls zu bestimmen. Überlegen Sie sich, wie sie die Wellenlänge von Röntgenstrahlen (z.B. Cu K- α) mit Hilfe eines Gitters mit einer Gitterkonstanten $g = 1\mu\text{m}$ bestimmen können. Was für Probleme treten auf, und wie könnten sie gelöst werden? (Welche Präzision lässt sich in einem typischen optischen Experiment für die relevanten Größen ungefähr erreichen?) Geben Sie eine Abschätzung für alle relevanten Winkel und Abmessungen in ihrem Aufbau an.

- (b) (10P) Die erste Beugungsordnung von Röntgenstrahlen mit $\lambda=0,154 \text{ nm}$, die Bragg-Reflexion an einer Kubuseitenfläche eines NaCl-Kristalls erfahren, erscheint unter einem Glanzwinkel von $16,2^\circ$. Wie groß ist die Gitterkonstante des NaCl-Kristalls? Wie groß ist die daraus berechnete Avogadrokonstante (Teilchenzahl je mol)?
- (c) (5P) Wie groß sind Radius und Volumen von Ar-Atomen in einem Ar-Kristall (kubisch-flächenzentriert), wenn bei der Braggreflexion von Röntgenstrahlen der Wellenlänge $\lambda = 0,154 \text{ nm}$, die unter dem Winkel θ gegen die Netzebene parallel zu den Würfelkanten einfallen, das erste Reflexionsmaximum bei $\theta = 13,5^\circ$ auftritt? Nehmen Sie dabei die Atome als feste Kugeln an, die sich berühren.
- (d) (10P) Überlegen Sie, wie mit Hilfe eines NaCl-Einkristalls ein Röntgenspektrometer aufgebaut werden könnte. In welchem Frequenzbereich (symmetrisch um $\lambda=0,154 \text{ nm}$) des Röntgenlichtes wäre das Spektrometer eindeutig?

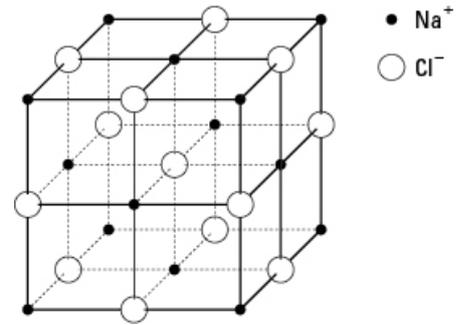


Abbildung 2 Elementarzelle des kubisch-flächenzentrierten Kristallgitters von NaCl.

Aufgabe 3 Dipolmoment, Polarisation und Permittivität von Wasser (M, 30 Punkte)

- (a) (5P) Erklären Sie qualitativ das Zustandekommen des permanenten Dipolmoments von Wassermolekülen. Nehmen Sie ein äußeres, homogenes statisches Feld $\mathbf{E}=E_0\mathbf{e}_z$ an. Erklären Sie qualitativ, wie sich die Wassermoleküle im flüssigen oder gasförmigen Zustand ausrichten.
- (b) (10P) Die qualitativen Überlegungen aus (a) sollen nun quantitativ untersucht werden. Die potentielle Energie eines einzelnen Dipols im Feld ist

$$W(\Theta) = -\mathbf{p}\mathbf{E} = -pE \cos \Theta$$

Berechnen sie den Mittelwert $\langle p_z \rangle = p \cos \theta$ der z-Komponente des Dipolmoments unter der Annahme, dass diese Größe Boltzmann-verteilt ist, d.h. dass

$$\langle p_z \rangle = \frac{\int dx p_z(x) e^{-E(x)/k_B T}}{\int dx e^{-E(x)/k_B T}}$$

gilt. Entwickeln Sie die Integranden in eine Potenzreihe und zeigen Sie, dass gilt

$$\langle p_z \rangle = \frac{p^2 E}{3k_B T} \left(1 + \mathcal{O} \left(\frac{pE}{k_B T} \right) \right)$$

Anhand dieser Gleichung wird die *statische Polarisierbarkeit* $\alpha = \frac{p^2}{3k_B T}$ definiert.

- (c) (10P) Betrachten Sie im Folgenden ein Ensemble von Dipolen. Schließen Sie durch Symmetrieüberlegungen von $\langle p_z \rangle \approx \alpha E$ auf $\langle \mathbf{p} \rangle \approx \alpha \mathbf{E}$. Was würden Sie im Grenzfall hoher Felder \mathbf{E} physikalisch erwarten (Hinweis: Vergleichen Sie Ihre Überlegung mit dem Resultat aus Aufgabenteil (b))? Bestätigen Sie Ihre Vermutung, indem Sie die Integration in Aufgabenteil (b) exakt ausführen. Erstellen Sie einen Graph für das exakte und genäherte Resultat für $\langle \mathbf{p} \rangle$.
- (d) (5P) Die Permittivität hängt mit der Polarisierbarkeit über die Moleküldichte n_0 zusammen

$$\epsilon = 1 + 4\pi n_0 \alpha$$

Berechnen Sie ϵ bei Raumtemperatur für $n_0 = 0.03 \text{ \AA}^{-3}$. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert. Woher kommt die Abweichung?

Zusatzfragen

- Was bedeutet Photolithographie?
- Warum geht der Brechungsindex bei hohen Frequenzen in Wasser gegen 1?
- Was wäre mit einer Spätzleportion, die in der Mikrowelle, die mit 10 GHz arbeitet, erwärmt werden würde?