Licht und Materie Übung I.6

Übungstermine: Gruppe 1 Di 30.01.18 (Raum 2.120), Gruppe 2 Di 30.01.18 (Raum 2.561), Gruppe 3 Do 01.02.18 (Raum 3.123), Gruppe 2 Fr 02.02.18 (Raum 2.150)

Hinweise: Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem *B*) und einer anspruchsvolleren *M*-Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus *B*- und *M*-Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller *M*-Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

Aufgabe 1 Spektroskopische Methoden (*B*, 25P)

In der Vorlesung wurden verschiedene Spektroskopiemethoden vorgestellt. Finden Sie Antworten auf folgende Fragen (jeweils 5 Punkte)

a) Warum ist der Einsatz von Koaxialkabeln als Wellenleiter für Frequenzen oberhalb des Mikrowellenbereichs nicht mehr sinnvoll?
b) Bei spektroskopischen Versuchsaufbauten im Mikrowellen- und THz Bereich sind die Abmessungen vieler Bauteile und die gegenseitigen Abstände im Zentimeterbereich. Welche Probleme ergeben sich hierdurch für optische Messungen?
c) Wieso ist es bei hohen Frequenzen (etwa im Ultraviolett- oder Röntgenbereich) unpraktikabel, Zeitdomänen-Spektroskopie zu betreiben.
d) Worin besteht der Vorteil, wenn man gleichzeitig Amplitude und Phase von transmittierter oder reflektierter Strahlung messen kann?
e) Wieso ist es schwierig, ein Michelson-Interferometer für Mikrowellen oder Radiowellen zu realisieren?

Aufgabe 2 Fourier-Transformations-Spektroskopie (FTIR) (*B*, 20P)

a) (5 P) Erklären Sie den Aufbau eines Fourier-Transformations-Spektrometers. Was bewirkt die Änderung der Position des beweglichen Spiegels?
b) (10 P) Finden Sie zum Graphen in Abbildung 1 eine geeignete Funktion und berechnen Sie die Fourier-Transformierte. Stellen Sie diese ebenfalls in einem Graphen dar.
c) (5 P) Da mit realen Messungen niemals der komplette Messbereich von $-\infty$ bis $+\infty$ (z.B. Spiegelposition) abgedeckt werden kann, wird die diskrete Fourier-Transformation angewandt. Dadurch ergeben sich Einschränkungen in der Auflösung der gemessenen Daten im Frequenzraum. Was ist die Auflösung eines FTIR wenn der bewegliche Spiegel einen Weg von 0,25 cm zurücklegen kann? Warum ist es schwierig den Spiegel über größere Distanzen zu bewegen, und was sind Möglichkeiten die Distanz dennoch zu erhöhen?

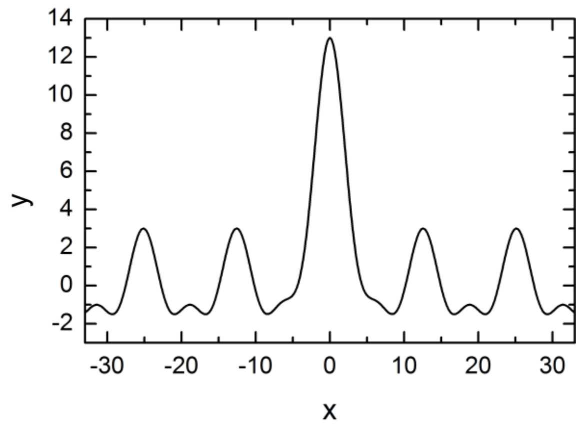

Abbildung 1 Hinweis: Exponent der Gaußfunktion: $e^{-x^2/10}$.

Aufgabe 3 Komplexwertige Funktionen und bizarre Ohm'sche Gesetze (M, 30 P)

In der Vorlesung haben Sie das Ohm'sche Gesetz kennen gelernt, welches ein äußeres elektrisches Feld $\hat{\boldsymbol{E}}$ mit einer Stromdichte $\hat{\boldsymbol{j}}$ in Verbindung setzt. Die Proportionalität zwischen diesen Größen wird durch den Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma}$ gewährleistet. Betrachten Sie für drei Dimensionen

$$\hat{\boldsymbol{j}} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{x,x} & \hat{\sigma}_{x,y} & \hat{\sigma}_{x,z} \\ \hat{\sigma}_{y,x} & \hat{\sigma}_{y,y} & \hat{\sigma}_{y,z} \\ \hat{\sigma}_{z,x} & \hat{\sigma}_{z,y} & \hat{\sigma}_{z,z} \end{pmatrix} \hat{\boldsymbol{E}}$$

a) (15 P) Gehen Sie davon aus, dass $\hat{\boldsymbol{E}}$ und $\hat{\boldsymbol{j}}$ parallel sind und vereinfachen Sie obige Gleichung für den Fall eines isotropen Mediums. Begründen Sie, warum die Leitfähigkeit eine komplexe Größe sein muss.

b) (15 P) Betrachten Sie nun ein bizarres „magnetisches Ohm'sches Gesetz" mit

$$\hat{\boldsymbol{k}} = \begin{pmatrix} \hat{\eta}_{x,x} & \hat{\eta}_{x,y} & \hat{\eta}_{x,z} \\ \hat{\eta}_{y,x} & \hat{\eta}_{y,y} & \hat{\eta}_{y,z} \\ \hat{\eta}_{z,x} & \hat{\eta}_{z,y} & \hat{\eta}_{z,z} \end{pmatrix} \hat{\boldsymbol{B}}$$

welches ein externes Magnetfeld $\hat{\boldsymbol{B}}$ über einen Tensor η mit einer Stromdichte $\hat{\boldsymbol{k}}$ verknüpft. Es soll nun mit Symmetrieüberlegungen gezeigt werden, wann ein solches Gesetz existieren kann. Das Neumann Prinzip besagt, dass wenn ein Kristall gewisse Symmetrietransformationen (z.B. die räumliche Inversion) zulässt, seine Materialeigenschaften unter denselben Symmetrietransformationen invariant sind. Überlegen Sie sich, wie sich $\hat{\boldsymbol{B}}$ und $\hat{\boldsymbol{k}}$ bei räumlicher Inversion verhalten und ziehen Sie mit Hilfe des Neumann Prinzips Rückschlüsse auf die Symmetrieeigenschaften des Kristalls, falls das magnetische Ohm'sche Gesetz zutreffend ist.

Zusatzfragen

- Wie kann man die Näherung $\nabla \cdot E = 0$ bei der Herleitung der Wellengleichung begründen?
- Wie können physikalisch die Imaginärteile von N, ε, σ beschrieben werden?
- Was sind Vorteile von Resonatoren (in Bezug auf Spektroskopie) im Vergleich zu breitbandigen Methoden?