

# Licht und Materie Übung I.3

Übungstermine: Gruppe 1 Di 04.12.18 (Raum 2.120), Gruppe 2 Do 06.12.18 (Raum 2.561), Gruppe 3 Fr 07.12.18 (Raum 2.150)

**Hinweise:** Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem  $B$ ) und einer anspruchsvolleren  $M$  Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus  $B$ - und  $M$ -Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller  $M$ -Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

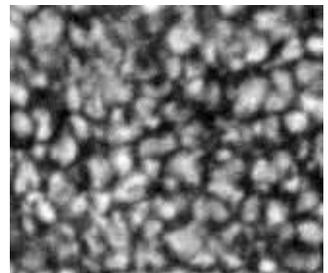
## Aufgabe 1 Licht aus der Sonne (B, 10P)

Ein Stern besteht zum größten Teil aus den Elementen Wasserstoff und Helium. Daher sind die optischen Eigenschaften von Wasserstoff in der Astronomie von zentraler Bedeutung.

- (5P) Berechnen Sie die Wellenlängen der Balmer-Serie des Wasserstoffspektrums im sichtbaren Bereich ( $380 \text{ nm} \leq \lambda \leq 780 \text{ nm}$ ). Wie sind diese im Licht der Sonne, das auf der Erde angelangt, zu erkennen?
- (5P) Bei welcher Wellenlänge liegt der Balmer-Sprung? Weshalb benötigt es relativ hohe, aber nicht zu hohe Sterntemperaturen ( $6000 \text{ K} \leq T \leq 30000 \text{ K}$ ) um ihn beobachten zu können? Was passiert oberhalb bzw. unterhalb dieser Temperaturen? Bei welcher Wellenlänge liegt der „Lyman-Sprung“? Begründen Sie warum man diesen von der Erde aus nicht beobachten kann.

## Aufgabe 2 Granulation der Sonnenoberfläche (B, 25P)

In der Photosphäre der Sonne beobachtet man eine fluktuierende, körnige Struktur, die man als Granulation bezeichnet, siehe Abbildung 1. Dabei sind die Granulen heller als die zwischen ihnen liegenden, vergleichsweise dünnen Bereiche, in denen die Strahlungsleistung pro Fläche etwa 20% geringer ist als im hellen Inneren der Granulen.



**Abbildung 1** Granulation der Sonnenoberfläche.

- (15P) Erklären Sie anhand des Aufbaus der Sonne das Zustandekommen der Granulen. Schätzen Sie die Größe einer einzelnen Granule ab, die von der Erde aus mit einem Winkeldurchmesser von etwa  $5''$  zu sehen ist. Berechnen Sie den prozentualen Temperaturunterschied zwischen dem Inneren einer Granule und dem helleren, umgebenden Bereich. Wie kann man mit spektroskopischen Methoden herausfinden, dass es sich beim Ursprung der Granulen tatsächlich um Konvektionsströme im Inneren der Sonne handelt?
- (10P) Zusätzlich zur Granulation der Sonnenoberfläche ist die Helligkeitsverteilung der Sonnenscheibe nicht über den gesamten Bereich konstant, sondern nimmt zum Rand der Sonnenscheibe mit

$$L(\rho) = \frac{2}{5} L_0 \left( 1 + \frac{3}{2} \sqrt{1 - \left( \frac{\rho}{\rho_S} \right)^2} \right)$$

ab. Hier sind  $\rho_S$  der Sonnenradius und  $L_0 = \frac{5}{4} \bar{L}$  mit  $\bar{L}$  dem Mittelwert der Flächenhelligkeit bei der mittleren Temperatur der Photosphäre  $\bar{T} = 5770 \text{ K}$ . Rechnen Sie dies in ein Temperaturprofil um unter der Annahme, dass die Sonne ein schwarzer Strahler ist. Welche Temperatur ergibt sich für den Rand und die Mitte der Sonnenscheibe? Erklären Sie wie es zu dieser Helligkeitsverteilung kommt.

### Aufgabe 3 Schwingungsmoden und Resonanzabsorption im CO<sub>2</sub> Molekül (M, 40P)

Eines der wichtigsten Treibhausgase ist das dreiatomige lineare Molekül CO<sub>2</sub>, dessen niedrigste Anregungszustände in dieser Aufgabe untersucht werden sollen.

- (a) (5P) Begründen Sie, wieso für ein  $N$ -atomiges lineares Molekül  $3N - 5$  Schwingungsgrundmoden zu erwarten sind. Skizzieren Sie diese Grundmoden für das CO<sub>2</sub> Molekül.
- (b) (20P) Im Folgenden betrachten Sie die Schwingungen entlang der Bindungsachse. Die Schwingungsenergie setzt sich zusammen aus einem harmonischen Potential  $U$  und der kinetischen Energie der Atome  $T$  mit

$$U = \frac{k}{2} ((y_c - y_1)^2 + (y_2 - y_c)^2)$$

$$T = \frac{M}{2} (\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{m}{2} \dot{y}_c^2$$

wobei  $y_c$  die Position des zentralen C Atoms (Masse  $m$ ),  $y_{1,2}$  die Positionen der beiden O Atome (Masse  $M$ ) relativ zu  $y_c$  und  $k$  die Kraftkonstante ist. Stellen Sie die Lagrange Funktion  $L$  des Systems auf und berechnen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen mithilfe der Euler-Lagrange Gleichung. Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen in der Form

$$0 = \begin{pmatrix} k - M\omega^2 & -k & 0 \\ -k & 2k - m\omega^2 & -k \\ 0 & -k & k - M\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_c \\ y_2 \end{pmatrix}$$

geschrieben werden können. Finden Sie damit die Lösungen  $\omega_i(k)$ , d.h. die Dispersionsrelationen für die symmetrische und asymmetrische Schwingung.

- (c) (10P) Das CO<sub>2</sub> Molekül besitzt zwei ausgeprägte Übergänge bei  $\nu_1 = 1388\text{cm}^{-1}$  und  $\nu_2 = 2350\text{cm}^{-1}$ . Argumentieren Sie, welche Frequenz zur symmetrischen bzw. asymmetrischen Schwingung gehört. Die (entartete) Biegeschwingung hat eine Grundfrequenz von  $\nu_2 = 667\text{cm}^{-1}$ . Erklären Sie damit die vorhandenen und nicht-vorhandenen IR-Absorptionslinien in Abbildung 2. Woher kommt die Doppelstruktur der Resonanzdips?

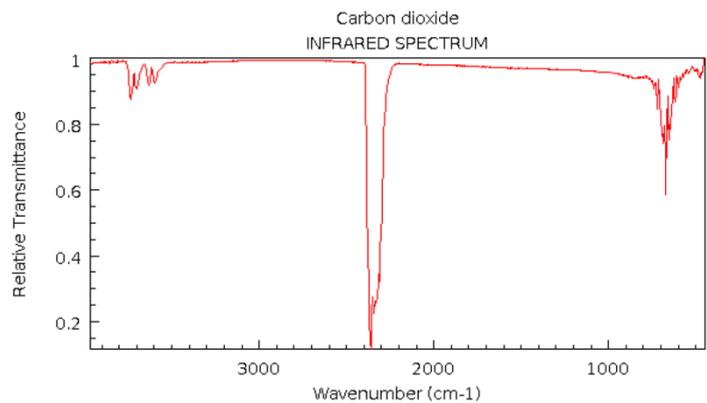


Abbildung 2 IR-Absorptionslinien des CO<sub>2</sub> Moleküls.

- (d) (5P) Vergleichen Sie das Absorptionsspektrum durch CO<sub>2</sub> mit dem in unserer Atmosphäre vorhandenen Wasser und mit der Schwarzkörperstrahlung der Erde. Wieso ist CO<sub>2</sub> für die Klimaerwärmung problematisch?

### Zusatzfragen

- Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen Absorptionskoeffizient, Intensität und Eindringtiefe der Strahlung am Beispiel Wasser?
- Wie beeinflusst der Brechungsindex von Wasser das Erscheinungsbild des Regenbogens?
- Was sind die entscheidenden Stoffe für den Treibhauseffekt? Was ist mit Wolken?
- Warum dürfen keine FCKW-Gase produziert werden?