

Licht und Materie Übung I.4

Übungstermine: Gruppe 1 Di 19.12.17 (Raum 2.120), Gruppe 2 Di 19.12.17 (Raum 2.561), Gruppe 3 Do 21.12.17 (Raum 3.123), Gruppe 2 Fr 22.12.17 (Raum 2.150)

Hinweise: Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem B) und einer anspruchsvolleren M -Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus B - und M -Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller M -Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

Aufgabe 1 Der Compton-Effekt (B , 15P)

Betrachten Sie ein Photon mit Energie $E_\gamma = \hbar\omega$ und Impuls $\mathbf{p}_\gamma = \hbar\mathbf{k}$, das an einem ruhenden Elektron streut und dabei Energie und Impuls an das Elektron verliert. Zeigen Sie unter Ausnutzung der relativistischen Energie-Impuls Beziehung

$$E_\gamma + m_e c^2 = E'_\gamma + \sqrt{m_e^2 c^4 + \mathbf{p}_e^2 c^2}$$

(mit E'_γ der Energie des Photons und \mathbf{p}_e dem Elektronenimpuls nach dem Stoß) dass, wenn das Photon unter einem Winkel ϑ zu seiner Flugrichtung gestreut wird, die Änderung der Wellenlänge des Photons gegeben ist durch

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{4\pi\hbar}{m_e c} \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$$

Aufgabe 2 Photoemissionsspektroskopie (B , 25P)

- (a) (10P) Erklären Sie die Funktionsweise und den Aufbau eines Photoemissionsspektrometers. Welche grundlegende Annahme über die Natur des Lichts wird hier gemacht? Für ein unbekanntes Material wird für verschiedene Wellenlängen des einfallenden Lichts die kinetische Energie der austretenden Elektronen wie folgt gemessen

| | | | | | |
|------------------------|------|------|------|------|------|
| λ in nm | 578 | 529 | 489 | 436 | 403 |
| E_{kin} in eV | 0.13 | 0.39 | 0.48 | 0.78 | 1.05 |

Stellen Sie die Energie in einem Diagramm über der Frequenz dar und bestimmen Sie daraus die Grenzfrequenz, die mindestens nötig ist um Elektronen herauslösen zu können und berechnen Sie die Austrittsarbeit. Um welches Element könnte es sich hier handeln?

- (b) (5P) Erklären Sie, wie winkelaufgelöste Photoemissionsspektroskopie (ARPES) funktioniert und erklären Sie den Aufbau. Wie werden unterschiedliche Austrittswinkel und -energien der Elektronen auf dem Detektor projiziert und unterschieden?
- (c) (10P) Abbildung 1 zeigt eine Intensitätsverteilung eines ARPES-Experiments an Kupfer. Wie erhält man mit dem Polarwinkel θ und dem Azimutwinkel ϕ der Austrittsrichtung sowie der kinetischen Energie E_{kin} eines Elektrons die hier betrachtete Impulskomponente k_x ? Warum ergibt sich hier eine parabelförmige Struktur und wie hängt dies mit der Dispersionsrelation der Elektronen in Kupfer zusammen? Warum wird auch oberhalb der Fermi-Energie („Binding Energy“ = 0) noch etwas gemessen?

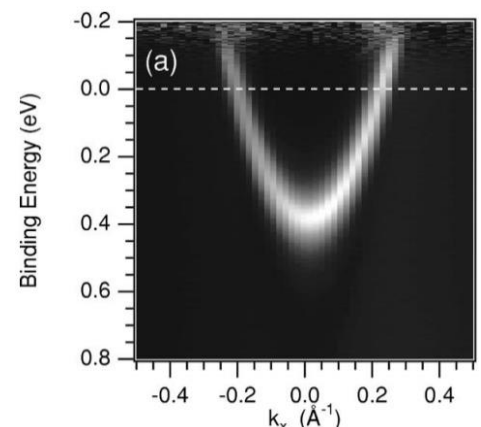


Abbildung 1 F. Baumberger et. al., Phys. Rev. B 64, 195411 (2011)

Aufgabe 3 Schwingungsmoden und Resonanzabsorption im CO₂ Molekül (M, 40P)

Eines der wichtigsten Treibhausgase ist das dreiatomige lineare Molekül CO₂, dessen niedrigste Anregungszustände in dieser Aufgabe untersucht werden sollen.

- (a) (5P) Begründen Sie, wieso für ein N -atomiges lineares Molekül $3N - 5$ Schwingungsgrundmoden zu erwarten sind. Skizzieren Sie diese Grundmoden für das CO₂ Molekül.
- (b) (20P) Im Folgenden betrachten Sie die Schwingungen entlang der Bindungsachse. Die Schwingungsenergie setzt sich zusammen aus einem harmonischen Potential U und der kinetischen Energie der Atome T mit

$$U = \frac{k}{2} ((y_c - y_1)^2 + (y_2 - y_c)^2)$$

$$T = \frac{M}{2} (\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{m}{2} \dot{y}_c^2$$

wobei y_c die Position des zentralen C Atoms (Masse m), $y_{1,2}$ die Positionen der beiden O Atome (Masse M) relativ zu y_c und k die Kraftkonstante ist. Stellen Sie die Lagrange Funktion L des Systems auf und berechnen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen mithilfe der Euler-Lagrange Gleichung. Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen in der Form

$$0 = \begin{pmatrix} k - M\omega^2 & -k & 0 \\ -k & 2k - m\omega^2 & -k \\ 0 & -k & k - M\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_c \\ y_2 \end{pmatrix}$$

geschrieben werden können. Finden Sie damit die Lösungen $\omega_i(k)$, d.h. die Dispersionsrelationen für die symmetrische und asymmetrische Schwingung.

- (c) (10P) Das CO₂ Molekül besitzt zwei ausgeprägte Absorptionslinien bei $\nu_1 = 1388\text{cm}^{-1}$ und $\nu_2 = 2350\text{cm}^{-1}$. Argumentieren Sie, welche Frequenz zur symmetrischen bzw. asymmetrischen Schwingung gehört. Die (entartete) Biegeschwingung hat eine Grundfrequenz von $\nu_2 = 667\text{cm}^{-1}$. Erklären Sie damit die vorhandenen und nicht-vorhandenen IR-Absorptionslinien in Abbildung 2. Woher kommt die Doppelstruktur der Resonanzdips?

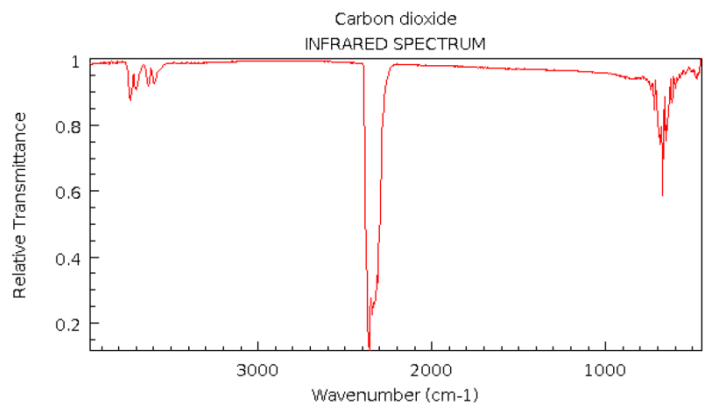


Abbildung 2 IR-Absorptionslinien des CO₂ Moleküls.

- (d) (5P) Vergleichen Sie das Absorptionsspektrum durch CO₂ mit dem in unserer Atmosphäre vorhandenen Wasser und mit der Schwarzkörperstrahlung der Erde. Wieso ist CO₂ für die Klimaerwärmung problematisch?

Zusatzfragen

- Warum lässt sich aus dem Spektrum eines schwarzen Strahlers, das von einem Stern kommt, schwieriger Informationen über einen Stern entnehmen, als aus einzelnen Spektrallinien?
- Warum ist die Balmer-Serie im Vergleich zu den anderen Wasserstoff-Serien mit geringerem Aufwand messbar?
- Welche physikalischen Größen sind gequantelt? Nenne ein Experiment dazu.
- Wieso ist für die hochauflösende PES Vakuum notwendig?
- Wozu benutzt eine Sternwarte einen Laser?