

# Licht und Materie Übung I.5

Übungstermine: Gruppe 1 Di 22.01.19 (Raum 2.120), Gruppe 2 Do 24.01.19 (Raum 2.561), Gruppe 3 Fr 25.01.19 (Raum 2.150)

**Hinweise:** Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem  $B$ ) und einer anspruchsvolleren  $M$ -Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus  $B$ - und  $M$ -Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller  $M$ -Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

## Aufgabe 1 Spektroskopische Methoden ( $B$ , 20P)

In der Spektroskopie an Festkörpern wird versucht ein möglichst breites Spektrum an Frequenzen/Wellenlängen abzudecken, um die Eigenschaften unbekannter und interessanter Materialien möglichst umfangreich abzudecken. Wie Sie in der Vorlesung gelernt haben, müssen dabei unterschiedliche Methoden, abhängig von der verwendeten Frequenz, angewandt werden.

Erklären Sie den Aufbau, die Funktionsweise und geben Sie wichtige Parameter (Frequenzbereich, Frequenzauflösung, Betriebstemperatur, ...) von in der Spektroskopie üblichen

- (5P) Quellen (Gasentladungslampe, Netzwerkanalysator, BWO, ...),
- (5P) Detektoren (Bolometer, Photodiode, Golay-Zelle, ...) an.
- (10P) Spektroskopie an Festkörpern wird oft bei tiefen Temperaturen durchgeführt. Um Temperaturen von z.B. 5 K zu erreichen, wird die Probe mittels flüssigem Helium in einem Kryostaten abgekühlt. Diskutieren Sie anhand der in der Vorlesung vorgestellten spektroskopischen Methoden die experimentellen Schwierigkeiten von optischer Spektroskopie bei tiefen Temperaturen, auch im Hinblick auf die in a) und b) beschriebenen Parameter wie Betriebstemperatur von Quelle/Detektor, Frequenzbereich, etc.

## Aufgabe2 Skineffekt ( $B$ , 25P)

- (10P) Zeigen Sie, dass eine elektromagnetische Welle nur auf der Längenskala der Skintiefe  $\delta$  (in SI Einheiten)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_1}}$$

(mit  $\sigma_1$  der reellen Leitfähigkeit und  $\mu_0$  der Permeabilität des Vakuums) in Metall eindringen kann (d.h. dass die Amplitude der Welle nach Durchlaufen der Strecke  $\delta$  auf den  $1/e$ -ten Teil abgefallen ist.) Hinweis: Nehmen Sie die Leitfähigkeit als rein reell an und betrachten Sie den Fall  $\sigma_1 \gg \varepsilon_0 \omega$ .

- (5P) Betrachten Sie nun die Eindringtiefe für Kupfer ( $\sigma = 5,7 \cdot 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$ ), Blei ( $\sigma = 4,69 \cdot 10^6 (\Omega\text{m})^{-1}$ ) und Gadolinium ( $\sigma = 7,4 \cdot 10^5 (\Omega\text{m})^{-1}$ ) für die Lichtnetzfrequenz 50 Hz, Radiofrequenzen  $\sim 100$  MHz und Mikrowellenfrequenzen 12,4 GHz. Was bedeutet das für den technischen Einsatz?
- (10P) Blei leitet den elektrischen Strom deutlich schlechter als Kupfer. Die Skintiefe und der effektiv nutzbare Leiterquerschnitt ist jedoch größer. Außerdem ist Blei mit  $1,691 \text{ €/kg}$  (Stand Januar 2019) günstiger als Kupfer mit  $5,103 \text{ €/kg}$  (Stand Januar 2019). Lohnt es sich ökonomisch, einen runden Kupferdraht mit 1 mm Durchmesser für den Betrieb bei 100 MHz durch einen runden Bleidraht anderen Durchmessers zu ersetzen, der den selben effektiven Widerstand haben soll?

### Aufgabe 3 Ratengleichung im 2-Niveau System (M, 30P)

Betrachten Sie Übergänge der Energie  $h\nu_0$  zwischen den Niveaus  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  eines 2-Niveau Systems.

- a) (5P) Welche Prozesse verändern die Besetzungszahlen  $N_1$  und  $N_2$ ? Stellen Sie die Ratengleichungen für die beiden Besetzungszahlen auf. Hinweis: Formulieren Sie die Ratengleichungen mit Hilfe der Einsteinkoeffizienten für spontane Emission  $A_{21}$ , stimulierte Emission  $B_{21}$  und Absorption  $B_{12}$  sowie der spektralen Dichte  $u(\nu_0) = 8\pi h\nu_0^3 / (c^3(\exp(\beta h\nu_0) - 1))$ .
- b) (10P) Zeigen Sie, dass für die Einsteinkoeffizienten im thermischen Gleichgewicht folgende Relationen gelten.

$$\begin{aligned} B_{21} &= B_{12} \\ \frac{A_{21}}{B_{21}} &= \frac{8\pi h\nu_0^3}{c^3} \end{aligned}$$

Was ist die physikalische Bedeutung hinter der ersten Gleichung? Hinweis: Verwenden Sie die Planck'sche Strahlungsformel für die spektrale Energiedichte.

- c) (10P) Zeigen Sie für die Änderung der Photonenzahldichte  $n$  die Gültigkeit der Ratengleichung

$$\frac{dn}{dt} = A_{21}N_2 + u(\nu_0)B_{21}(N_2 - N_1)$$

Warum kann man den ersten Term für den Laserbetrieb vernachlässigen? Man kann zeigen, dass in einem spektralen Bereich  $\Delta\nu$  um  $\nu_0$  (vorgegeben durch das Lasermedium) die Änderung der spektralen Energiedichte gegeben ist durch

$$\frac{du(\nu_0)}{dt} = \frac{h\nu_0}{\Delta\nu} B_{21}(N_2 - N_1)u(\nu_0)$$

Finden Sie einen Ausdruck für die Laserintensität  $I_{\nu_0} = cu(\nu_0)$  als Funktion der zurückgelegten Strecke im Lasermedium.

- d) (5P) Um wieviel Prozent erhöht sich die Intensität pro Zentimeter Laufweg im Lasermedium eines Rubinlasers bei  $\nu_0 = 4.326 \times 10^{14}$  Hz,  $A_{21}^{-1} = \tau_{21} = 3$  ms,  $\Delta\nu = 2 \times 10^{11}$  Hz und  $N_2 - N_1 = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ? Was bedeutet dieser Wert für die Praxis?

### Zusatzfragen

- Wie kann man paralleles Licht (noch außer mit einem Laser) erzeugen?
- Nenne die grundlegenden Vorteile des Lasers für die (optische) Messtechnik.
- Es gibt Gas- und Festkörperlaser. Was ist mit Flüssigkeitenlaser?
- Welche Vorteile für einen optisch gepumpten Laser bietet eine monochromatische Pumpquelle?